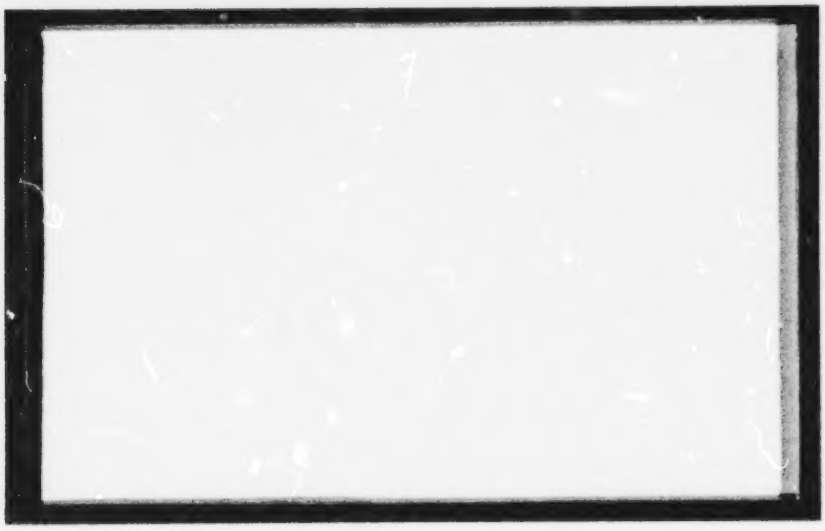
UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL



CENTRE DE RECHERCHE SUR LES TRANSPORTS

CASE POSTALE 6128, SUCCURSALE A, MONTRÉAL, QUÉBEC, H3C 3J7

CONCEPTION D'UN MODÈLE DE PRÉVISION DES FLUX INTERRÉGIONAUX DE MARCHANDISES POUR LE CANADA

par

Marc Los

Cette étude a été rendue possible par une subvention du Centre de recherche et de développement de Transports Canada

Université de Montréal

Centre de recherche sur les transports - Publication # 162
Département de sciences économiques - Cahier # 80-07

Mars 1980 - Révisé en mai 1980

Dépôt légal - 3e trimestre 1980

RÉSUMÉ

La demande de transport de marchandises dépend à la fois des caractéristiques du système de transport de fret (réseau, tarifs de fret...) et des relations structurelles intersectorielles de l'économie (relations de nature technologique entre différents secteurs). On développe un cadre conceptuel et une méthodologie fondée sur la programmation mathématique pour prévoir au niveau spatial désagrégé les flux interrégionaux de marchandises au Canada ainsi que l'utilisation même du système de transport de fret. L'approche choisie consiste à intégrer un modèle "économique" fondé sur la méthodologie input-output et un modèle de "transport" (affectation - distribution - choix modal): de cette manière les effets de feed-back entre le système économique et le système de transport sont explicitement modélisés.

PLAN DE L'ARTICLE

I - Transport, énergie et développement régional 1

A. Introduction. 1

B. Etat de l'art 1
Modèles de transport. 1
Modèles s'inspirant de la méthodologie input-output 2
Modèles intégrés "transport-économie" 2

C. Organisation du rapport 3

II - Approche méthodologique choisie. 4

A. Critères de construction du modèle. 4

B. Approche méthodologique choisie pour le modèle "économique" . 6

III - Données nécessaires à l'estimation et à l'utilisation du modèle de prévision des flux interrégionaux de biens et services. . . . 6

IV - Modèle de prévision des flux interrégionaux de biens et services 9

A. Formulation du modèle 9

B. Calcul des coefficients du modèle à partir des statistiques disponibles 12

C. Structure mathématique du modèle "interrégional" et méthode de résolution 13

V - Discussion et conclusions. 15

A. Autres prévisions que l'on peut obtenir du modèle "interrégional" 15

B. Interface du modèle "interrégional" avec le modèle de transport 18

C. Détermination des variables exogènes — Etudes d'impact. . . . 20

D. Autres aspects du modèle. 21

Remerciements. 22

Bibliographie. 23

I - Transport, Energie et Développement Régional

A. Introduction

L'allocation des activités économiques entre les régions canadiennes dépend, entre autres choses, des coûts énergétiques et du système de transport[1]. Elle dépend en particulier de l'infrastructure physique (réseau), des tarifs de fret et de la qualité de service pour ce qui est du transport et aussi de la nature de la consommation d'énergie par les différents secteurs productifs, ou des variations régionales du coût de l'énergie, pour ce qui est de l'énergie. Réciproquement, pour ce qui est du transport, l'utilisation du réseau de transport dépend des relations structurelles intersectorielles et interrégionales de l'économie canadienne, tout autant qu'elle dépend des caractéristiques mêmes du système de transport. Ce rapport se propose d'élaborer un cadre conceptuel pour la modélisation des interactions entre le système de transport de fret et les différentes économies régionales.

B. Etat de l'art

Modèles de transport

Oum (1979) a estimé pour le Canada et pour un nombre limité de marchandises un modèle explicatif du choix du mode de transport (train versus camion). Bien que très raffiné et probablement l'un des meilleurs travaux dans le domaine, son modèle ne permet pas de prévoir la demande de transport mais seulement la part de marché de chaque mode. Un grand nombre d'auteurs

---

[1] Comme le souligne Waters (1979) il ne faut pas surestimer l'impact du transport sur le développement régional. Mais il est clair que l'on ne peut déterminer a priori cet impact sans modélisation précise des flux interrégionaux.

ont essayé d'estimer des modèles de distribution de type gravitaire pour prévoir les flux de marchandises par couple origine-destination (Chisholm et O'Sullivan, 1973; Mera, 1971). La programmation linéaire a été également proposée pour prévoir la distribution des flux. Ces modèles de distribution, tout comme les modèles de choix modal sont par nature sensibles aux caractéristiques de coût de transport mais considèrent comme exogène la demande totale de transport en provenance ou à destination de chaque région (pour un modèle de distribution) ou la demande totale de transport entre une origine et une destination donnée (pour un modèle de choix modal). L'effet de feedback du transport sur l'économie n'est pas modélisé.

Modèles s'inspirant de la méthodologie input-output

Le modèle input-output interrégional "pur" (Isard, 1951, 1953; Riefler, 1973) représente une façon très utile de modéliser les flux interrégionaux de biens et services en valeurs, à cause d'une représentation explicite des relations structurelles intersectorielles et interrégionales de l'économie. Van Peeterssen (1979), le MEER (1976, 1977), Snickars (1979) et Polenske (1973), entre autres, ont développé de tels modèles pour le Canada, la Suède et les Etats-Unis respectivement. Une hypothèse sous-jacente à ce modèle est la stabilité non seulement de la technologie, laquelle est générale à l'ensemble de la méthodologie input-output mais aussi la stabilité des flux commerciaux. Le modèle est donc, par construction, insensible à des modifications importantes du système de transport.

Modèles intégrés "transport-économie"

Amano et Fujita (1970) ont couplé un modèle input-output interrégional et un modèle de transport (essentiellement un modèle de choix modal) pour le Japon. De manière analogue, Kresge et Roberts (1971) ont construit pour

la Colombie une simulation du système de transport et de l'économie: ils ont essentiellement construit un modèle macroéconomique dont le coeur est une matrice input-output nationale et un modèle de transport où le premier utilise comme inputs certains outputs du second.

Le modèle de Léontieff et Strout (1963) intègre des modèles input-output régionaux, caractérisant différentes économies régionales, avec des modèles gravitaires, caractérisant les interactions entre régions. De ce fait, les flux interrégionaux de biens et services dépendent explicitement, à la fois des coûts de transport entre régions et des relations structurelles internes aux économies régionales. Wilson (1970), puis Macgill (1977), ont montré comment le modèle de Léontieff et Strout pouvait s'interpréter comme la solution d'un problème de maximisation d'entropie sous des contraintes linéaires représentant les relations structurelles de chaque économie régionale.

L'approche méthodologique proposée dans la suite de ce rapport s'inspire plus ou moins directement des travaux mentionnés ci-dessus tout en adaptant la formulation aux données statistiques disponibles pour le Canada.

C. Organisation du rapport

La deuxième section présente les critères de construction du modèle puis donne les grandes lignes de l'approche choisie. La troisième section indique les données nécessaires pour la mise au point et l'utilisation du modèle de prévision des flux interrégionaux de biens et services. La quatrième section donne la formulation mathématique du modèle de prévision des

flux interrégionaux de biens et services pour le Canada, indique comment calculer un certain nombre de coefficients du modèle à partir des informations statistiques disponibles et enfin suggère une approche pour résoudre le programme mathématique. La section V complète les sections précédentes et énumère ce qui reste à accomplir.

II - Approche méthodologique choisie

A. Critères de construction du modèle

Les données disponibles proviennent de deux sources. Les données structurelles régionalisées sur l'économie canadienne proviennent de Statistique Canada (voir Statistique Canada, 1976 et Gaston, 1979) alors que les données sur les flux de transport proviennent de la banque de données du CIGGT de l'Université Queen's (voir Graham, 1975). Les données de Statistique Canada sont en valeurs et le niveau de désagrégation spatial est le niveau provincial alors que les données du CIGGT sont en tonnes avec un niveau de désagrégation spatiale beaucoup plus détaillé (64 régions pour le Canada). Ceci conduit à envisager un modèle à deux modules, un module "transport" et un module "interrégional" ou "économique", à deux niveaux différents d'agrégation spatiale, dont les inputs et les outputs se caractérisent comme l'indique la figure 1. Outre des inputs spécifiques à chacun d'entre eux, les deux modèles sont en interface: le modèle de transport utilise comme contraintes des flux (en valeurs) de biens au niveau interrégional qui proviennent du modèle interrégional et fournit à ce dernier des coûts interrégionaux de transport par bien. Ces derniers sont obtenus par agrégation à partir des flux origine-destination et du choix modal prévu par le modèle de transport.

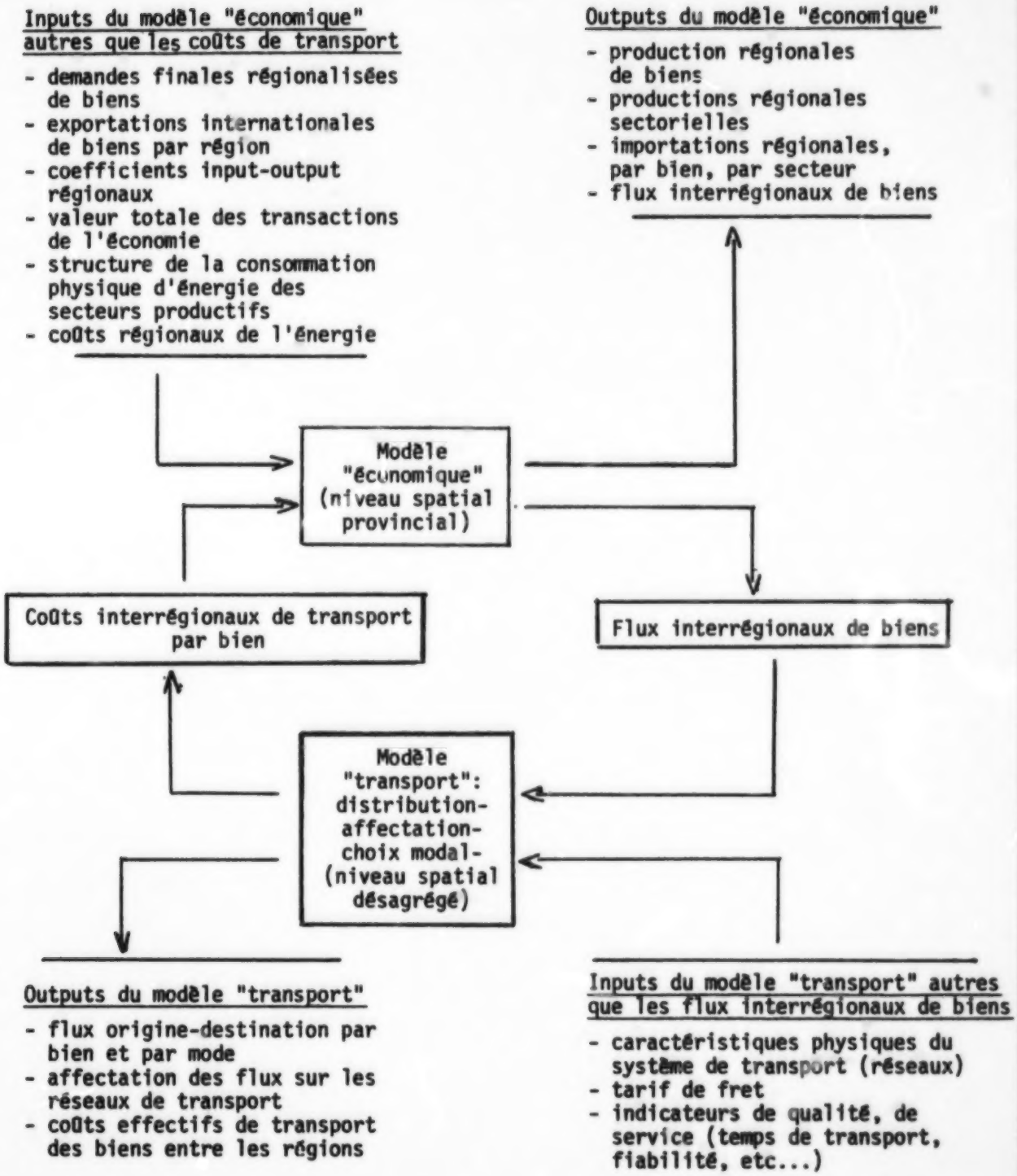


Figure 1: Fonctionnement du modèle projeté

Il est clair que cette approche juxtapose deux modèles sans les intégrer sur le plan mathématique et qu'il peut ne pas y avoir convergence. Néanmoins elle est préférée à une approche intégrée stricto sensu à cause de la nature des données et afin de tenir compte des limites sur le plan calcul d'une approche intégrée stricto sensu (explosion du nombre d'indices, donc de la dimension des tableaux et du nombre de variables ou de contraintes).

B. Approche méthodologique choisie pour le modèle "économique"

La suite de ce rapport portera sur le modèle "interrégional". Celui-ci s'inspire grosso modo du modèle de Léontieff-Strout (1963), mais en diffère par plusieurs aspects:

- le modèle est explicitement formulé sous forme de programme mathématique, ce qui permet de tenir compte de toute contrainte pertinente, autre que des contraintes comptables classiques;
- la sensibilité des flux aux coûts de transport et aux coûts énergétiques est explicite;
- le modèle est conçu pour utiliser les informations statistiques input-output régionales de Statistique Canada (cf. Statistique Canada, 1976 et Gaston, 1979).

III - Données nécessaires à l'estimation et à l'utilisation du modèle de prévision des flux interrégionaux de biens et services

Nous supposerons que nous connaissons pour une année de base les informations suivantes, pour chaque région séparément (correspondant au mieux au niveau provincial): des matrices d'outputs en biens des différents secteurs productifs, des matrices d'inputs en biens des différents secteurs productifs, des demandes finales par bien, les exportations internationales

par bien, les importations internationales par bien. De plus on suppose connus les flux interrégionaux de biens et services. Toutes ces informations sont disponibles pour le Canada avec comme année de base 1974 (voir Gaston, 1979). Nous supposerons connus également des coefficients *physiques* de consommation énergétique des différents secteurs, les coûts énergétiques régionalisés, les coûts de transport par bien entre toutes les régions et la valeur totale des transactions dans l'économie. Ces trois derniers types d'informations doivent être connus à la fois pour une année de base (aux fins d'estimation des paramètres du modèle) et pour l'année de projection.

La valeur totale des transactions dans l'économie devrait provenir d'un modèle macroéconomique, pour la période de projection. Les coûts de transport proviennent du modèle de transport. Les coefficients physiques de consommation d'énergie sont disponibles auprès de Statistique Canada (Statistique Canada, 1976).

Nous utiliserons les notations suivantes:

$i,j=1,\ldots,R$	représentent les régions
$i,j=0$	représentent le reste du monde
$m,n=1,\ldots,N-1$	représentent les secteurs productifs de l'économie
$n=N$	représente le secteur de la demande finale
$k=1,\ldots,K$	représentent les biens et les services produits par les secteurs productifs

On suppose connues pour une année de base les informations statistiques suivantes:

U_j^{nk}, j=1,..., R; n=1,..., N; k=1,..., K

représente l'utilisation de bien k par le secteur n (demande finale incluse) dans la région j.

V_i^{mk}, i=1,..., R; m=1,..., N-1; k=1, ...,K

représente la production de bien k par le secteur m dans la région i.

X_i^k, i=1,..., R; k=1, ..., K

représente les exportations internationales de bien k par l'ensemble des secteurs productifs de la région i.

M_j^k, j=1,..., R; k=1, ..., K

représente les importations internationales de bien k par l'ensemble des secteurs (demande finale incluse) de la région consommatrice j.

Z_{ij}^k, i=1, ..., R; j=1, ..., R; k=1, ..., K

représente le commerce total de bien k entre la région i et la région j, quel que soit le secteur d'origine ou le secteur de destination.

Toutes ces informations permettent de calculer des coefficients régionaux de parts du marché et des coefficients technologiques régionaux, mais aussi des coefficients d'importation et les coefficients d'un modèle input-output interrégional "pur" (cf. Van Peeterssen, 1979 ou Los, 1980). Ces derniers s'obtiennent indirectement par l'estimation de flux interrégionaux intersectoriels de biens et services.

$$u_{ij}^{mnk}, \quad \begin{matrix} i,j=1,\ldots, R \\ m=1,\ldots, N-1 \\ n=1,\ldots, N \\ k=1,\ldots, K \end{matrix}$$

Les coûts de transport seront notés

$$c_{ij}^k, \quad \begin{matrix} i=1,\ldots,R \\ j=1,\ldots,R \\ k=1,\ldots,K \end{matrix}$$

Nous supposerons qu'il existe L types physiques d'énergie. Les coefficients énergétiques sont notés:

$$w^{n}_{\ell i} \quad , \quad \begin{matrix} \ell=1,\ldots,L \\ n=1,\ldots,N-1 \\ i=1,\ldots,R \end{matrix}$$

qui représente la quantité *physique* d'énergie de type ℓ nécessaire par unité d'output du secteur n dans la région i. Les coûts énergétiques sont notés:

$$e_{\ell i} \quad , \quad \begin{matrix} \ell=1,\ldots,L \\ i=1,\ldots,R \end{matrix}$$

où $e_{\ell i}$ est le coût d'une unité d'énergie ℓ dans la région i.

Pour l'année de projection on a besoin des informations suivantes:

T la valeur totale des transactions intérieures de l'économie (production totale moins exportations nettes),

Δ^{k}_{i}, $i=1,\ldots,R$, $k=1,\ldots,K$
soient les demandes finales de biens et services pour chaque région (toutes exportations exclues),

X^{k}_{i}, $i=1,\ldots,R$, $k=1,\ldots,K$
soient les exportations internationales nettes de biens et services, à partir des régions.

IV - Modèle de prévision des flux interrégionaux de biens et services

A. Formulation du modèle

Le modèle est formulé sous forme de programme mathématique. Il faut trouver les flux x^{k}_{ij}, $i,j=1,\ldots,R$, $k=1,\ldots,K$ qui résolvent le programme suivant:

$$\text{Min } \alpha \sum_{k=1}^{K} \sum_{i=1}^{R} \sum_{j=1}^{R} c^{k}_{ij}\, x^{k}_{ij} + \beta \sum_{k=1}^{K} \sum_{i=1}^{R} \sum_{j=1}^{R} f^{k}_{i}\, x^{k}_{ij} + \gamma \sum_{k=1}^{K} \sum_{i=1}^{R} \sum_{j=1}^{R} x^{k}_{ij}\, \ell n \left(\frac{x^{k}_{ij}}{Z^{k}_{ij}}\right) \qquad (1)$$

t.q.

$$\sum_{j=1}^{R} x_{ji}^{k} = \sum_{j=1}^{R} \sum_{h=1}^{K} a_{i}^{kh}(1-\mu_{i}^{kh})x_{ij}^{h} + \sum_{h=1}^{K} a_{i}^{kh}(1-\mu_{i}^{kh})X_{i}^{h} + \phi_{i}^{k} + X_{i}^{k} \qquad \begin{matrix} k=1,\ldots,K \\ i=1,\ldots,R \end{matrix} \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^{R} \sum_{j=1}^{R} \sum_{k=1}^{K} x_{ij}^{k} = T \quad (3)$$

$$x_{ij}^{k} \geq 0 \qquad \begin{matrix} i,j=1,\ldots,R \\ k=1,\ldots,K \end{matrix} \quad (4)$$

x_{ij}^{k}, i=1,...,R; j=1,...,R, k=1,...,K

représente le flux de bien k entre les régions i et j;

X_{i}^{k}, i=1,...,R; k=1,...,K

représente les exportations internationales nettes de bien k à partir de la région i;

ϕ_{i}^{k}, i=1,...,R; k=1,...,K

représente la demande finale de bien k dans la région i, satisfaite par la production *intérieure* (demande des ménages, des administrations publiques, etc.)

On a: $$\phi_{i}^{k} = (1-\mu_{i}^{Nk})\ \Delta_{i}^{k} \quad (5)$$

où μ_{i}^{Nk} est la fraction de la demande finale de bien k dans la région i, satisfaite par les importations de l'étranger;

T représente la valeur totale des transactions intérieures de l'économie pendant l'année de projection;

Z_{ij}^{k}, i=1,...,R; j=1,...,R; k=1,...,K

représente le flux de bien k entre les régions i et j pendant l'année de base choisie pour les flux a priori;[1]

---

[1] L'année de base choisie pour la projection ne coïncide pas nécessairement avec celle pour laquelle les informations input-output régionales sont connues.

a_i^{kh}, i=1,...,R; k,h=1,...,K

représente la quantité d'input en bien k nécessaire pour produire une unité de bien h dans la région i;

μ_i^{kh}, i=1,...,R; k,h=1,...,K

représente la fraction importée de l'étranger des inputs en bien k nécessaires pour produire une unité de bien h dans la région i.

Les quantités c_{ij}^k ont déjà été définies.

f_i^k, i=1,...,R; k=1,...,K

représente le coût total en énergie nécessaire pour produire une unité de bien k dans la région i.

Les grandeurs α, β et γ sont des paramètres à estimer.

La fonction objectif traduit le fait que l'allocation des activités économiques se fait,entre autres raisons, là où les coûts de l'énergie sont faibles et de manière à minimiser les coûts de transport dans l'économie. Le terme $\sum_{k=1}^{K} \sum_{i=1}^{R} \sum_{j=1}^{R} c_{ij}^k x_{ij}^k$ représente le coût total de transport des biens entre les régions du pays et le terme $\sum_{k=1}^{K} \sum_{i=1}^{R} \sum_{j=1}^{R} f_i^k x_{ij}^k$ représente la dépense totale en énergie dans le secteur de production. Le troisième terme $\sum_{k=1}^{K} \sum_{i=1}^{R} \sum_{j=1}^{R} x_{ij}^k \ln \left(\frac{x_{ij}^k}{Z_{ij}^k}\right)$ est un terme d'information[1] qui a le rôle suivant: il tend à biaiser les prévisions de flux vers les flux a priori, ce qui est conforme à l'inertie existant dans l'économie. Il tient donc compte de toutes les causes inconnues d'écart par rapport à la minimisation des coûts de transport et des coûts de l'énergie, que ce soient les effets dûs à l'agrégation, ou les effets dûs aux causes ignorées par le modèle

[1] Voir Theil (1967) par exemple.

mais expliquant en partie l'allocation des activités économiques (coût de la main-d'oeuvre entre autres). Les coefficients α, β et γ pondèrent l'importance de ces trois termes. Le modèle sera d'autant plus explicatif que la valeur estimée de γ sera faible par rapport à celles de α et β.
Les contraintes (2) sont des contraintes comptables obtenues en supposant essentiellement la constance des relations input-output régionales. Les demandes finales internes et les exportations internationales de biens à partir des différentes régions sont supposées données de façon exogène.
La contrainte (3) indique que l'on suppose connue la valeur totale des transactions dans l'économie, soit T.

B. Calcul des coefficients du modèle à partir des statistiques disponibles

On peut calculer les coefficients input-output régionaux a_i^{kh} comme suit:

$$a_i^{kh} = \sum_{n=1}^{N-1} b_i^{nk} \, d_i^{nh} \qquad \begin{matrix} i=1,\ldots,R \\ k,h=1,\ldots,K \end{matrix} \qquad (5)$$

où d_i^{nh} est la part de marché du secteur n dans la production de bien h dans la région i et où b_i^{nk} représente la quantité de bien k nécessaire par unité d'output du secteur n dans la région i (coefficient technologique).
On a:

$$d_i^{nh} = \frac{V_i^{nh}}{\sum_{n=1}^{N-1} V_i^{nh}} \qquad \begin{matrix} i=1,\ldots,R \\ n=1,\ldots,(N-1) \\ h=1,\ldots,K \end{matrix} \qquad (6)$$

$$b_i^{nk} = \frac{U_i^{nk}}{\sum_{h=1}^{K} V_i^{nh}} \qquad \begin{matrix} i=1,\ldots,R \\ n=1,\ldots,(N-1) \\ k=1,\ldots,K \end{matrix} \qquad (7)$$

On calcule $\{\mu_i^{kh}\}$ comme suit.

A partir de flux estimés $\{u_{ij}^{mnk}\}$ [1] pour l'année de base on peut calculer des coefficients *sectoriels* d'importation (secteur de la demande finale inclus)

$$\mu_j^{nk} = \frac{\sum_{m=1}^{N-1} u_{oj}^{mnk}}{\sum_{m=1}^{N-1} \sum_{i=0}^{R} u_{ij}^{mnk}} \qquad \begin{matrix} n=1,\ldots,N \\ k=1,\ldots,K \\ j=1,\ldots,R \end{matrix} \tag{8}$$

On a alors:

$$\mu_i^{kh} = \sum_{n=1}^{N-1} \mu_i^{nk} \, d_i^{nh} \qquad \begin{matrix} k,h=1,\ldots,K \\ i=1,\ldots,R \end{matrix} \tag{9}$$

Les coûts énergétiques f_i^k s'obtiennent comme suit:

$$f_i^k = \sum_{n=1}^{N-1} \sum_{\ell=1}^{L} e_{\ell i} \, w_{\ell i}^{n} \, d_i^{nk} \qquad \begin{matrix} i=1,\ldots,R \\ k=1,\ldots,K \end{matrix} \tag{10}$$

Les quantités c_{ij}^k doivent être calculées à partir d'un modèle de transport comprenant affectation, distribution et choix modal à un niveau beaucoup plus désagrégé spatialement et tenant compte explicitement du réseau de transport de marchandises et de ses caractéristiques de qualité de service.

C. Structure mathématique du modèle interrégional et méthode de résolution

Posons

$$\tau_{ij}^k = \alpha c_{ij}^k + \beta f_i^k \qquad \begin{matrix} i,j=1,\ldots,R \\ k=1,\ldots,K \end{matrix} \tag{11}$$

$$\psi_i^k = \sum_{h=1}^{K} a_i^{kh} (1-\mu_i^{kh}) \, X_i^h + \phi_i^k + Y_i^k \qquad \begin{matrix} i=1,\ldots,R \\ k=1,\ldots,K \end{matrix} \tag{12}$$

---

[1] Ils sont en fait calculés à partir des facteurs de balancement appropriés et non stockés en mémoire (cf. Los, 1980).

$$\alpha_i^{kh} = a_i^{kh} (1-\mu_i^{kh}) \qquad \begin{matrix} i=1,\ldots,R \\ k,h=1,\ldots,K \end{matrix} \qquad (13)$$

Le modèle de prévision des flux interrégionaux s'écrit alors d'une manière plus simple:

$$\text{Min} \sum_{k=1}^{K} \sum_{i=1}^{R} \sum_{j=1}^{R} \tau_{ij}^k x_{ij}^k + \gamma \sum_{k=1}^{K} \sum_{i=1}^{R} \sum_{j=1}^{R} x_{ij}^k \ln \left(\frac{x_{ij}^k}{Z_{ij}^k}\right) \qquad (14)$$

$$\text{t.q.} \quad \sum_{j=1}^{R} x_{ji}^k = \sum_{j=1}^{R} \sum_{h=1}^{K} \alpha_i^{kh} x_{ij}^h + \psi_i^k \qquad \begin{matrix} i=1,\ldots,R \\ k=1,\ldots,K \end{matrix} \qquad (15)$$

$$\sum_{i=1}^{R} \sum_{j=1}^{R} \sum_{=1}^{K} x_{ij}^k = T \qquad (16)$$

$$x_{ij}^k \geq 0 \qquad \begin{matrix} i,j=1,\ldots,R \\ k=1,\ldots,K \end{matrix} \qquad (17)$$

Ce problème consiste en la minimisation d'une fonction strictement convexe sous contraintes linéaires. Les conditions de Kuhn-Tucker sont donc nécessaires et suffisantes pour l'obtention d'un optimum global. Soit μ la variable duale associée à (16) et soient δ_i^k les variables duales associées aux contraintes (15). Les conditions d'optimalité s'écrivent:

$$x_{ij}^k = Z_{ij}^k \exp[-1-\frac{\mu}{\gamma}] \exp[-\frac{1}{\gamma}\delta_j^k] \exp[\frac{1}{\gamma}\sum_{k=1}^{K} \delta_i^h \alpha_i^{hk}] \exp[-\frac{1}{\gamma}\tau_{ij}^k] \qquad \begin{matrix} i,j=1,\ldots,R \\ k=1,\ldots,K \end{matrix} \qquad (18)$$

Les contraintes de non-négativité sont redondantes.

La fonction objectif duale s'écrit:

$$\begin{aligned} L[\delta_i^k,\mu] = & \sum_{k=1}^{K} \sum_{i=1}^{R} \sum_{j=1}^{R} \tau_{ij}^k x_{ij}^k + \gamma \sum_{k=1}^{K} \sum_{i=1}^{R} \sum_{j=1}^{R} x_{ij}^k \ln \left(\frac{x_{ij}^k}{Z_{ij}^k}\right) \\ & + \sum_{i=1}^{R} \sum_{k=1}^{K} \delta_i^K \{ \sum_{j=1}^{R} x_{ji}^k - \sum_{j=1}^{R} \sum_{j=1}^{K} \alpha_i^{kh} x_{ij}^h - \psi_i^h \} \\ & + \mu \{ \sum_{i=1}^{R} \sum_{j=1}^{R} \sum_{k=1}^{K} x_{ij}^k - T \} \end{aligned} \qquad (19)$$

De (18) on déduit que la fonction duale ne dépend pas des variables primales. C'est une fonction concave des variables duales (Avriel, 1976). Donc toute méthode de programmation concave sans contraintes peut permettre de résoudre le dual. On peut utiliser en particulier un algorithme suggéré par J. Eriksson (1978). Les variables primales sont obtenues à partir de (18). On pourrait bien sûr résoudre directement le programme primal (par exemple par la méthode de Frank and Wolfe) mais on peut s'attendre à ce qu'une méthode duale soit supérieure à une méthode primale sur le plan du calcul: le problème primal a R^2xK variables et $(RxK)+1$ contraintes alors que le dual a $(RK+1)$ variables et zéro contrainte.

V - Discussion et conclusions

A. Autres prévisions que l'on peut obtenir du modèle "interrégional"

A partir des flux $\{x_{ij}^k\}$ on peut obtenir les quantités suivantes.

Productions régionales de biens et services:

$$Q_i^k = \sum_{j=1}^{R} x_{ij}^k + X_i^k \qquad \begin{matrix} i=1,\ldots,R \\ k=1,\ldots,K \end{matrix} \qquad (20)$$

Outputs régionaux de biens ou services par secteur productif:

$$V_i^{mk} = d_i^{mk}\, Q_i^k \qquad \begin{matrix} m=1,\ldots,N-1 \\ k=1,\ldots,K \\ i=1,\ldots,R \end{matrix} \qquad (21)$$

Outputs régionaux sectoriels:

$$G_i^m = \sum_{k=1}^{K} V_i^{mk} \qquad \begin{matrix} i=1,\ldots,R \\ m=1,\ldots,N-1 \end{matrix} \qquad (22)$$

Inputs en biens et services utilisés par les différents secteurs régionaux:

$$U_j^{nk} = b_j^{nk} \, G_j^n \qquad \begin{matrix} k=1,\ldots,K \\ j=1,\ldots,R \\ n=1,\ldots,(N-1) \end{matrix} \qquad (23)$$

Inputs en biens et services importés de l'étranger par les secteurs régionaux:

$$M_j^{nk} = \mu_j^{nk} \, U_j^{nk} \qquad \begin{matrix} j=1,\ldots,R \\ n=1,\ldots,(N-1) \\ k=1,\ldots,K \end{matrix} \qquad (24)$$

Inputs en biens et services utilisés par les secteurs régionaux en provenance de l'économie canadienne

$$\bar{U}_j^{nk} = U_j^{nk} - M_j^{nk} \qquad \begin{matrix} j=1,\ldots,R \\ n=1,\ldots,N-1 \\ k=1,\ldots,K \end{matrix} \qquad (25)$$

Coefficients d'importation des différents secteurs productifs régionaux

$$\mu_j^n = \frac{\sum_{k=1}^{K} M_j^{nk}}{G_j^n} \qquad \begin{matrix} j=1,\ldots,R \\ n=1,\ldots,N-1 \end{matrix} \qquad (26)$$

Supposons que l'on souhaite estimer pour l'année de prévision des coefficients input-output interrégionaux intersectoriels à partir des flux prévus $\{x_{ij}^k\}$, d'une manière compatible avec les informations disponibles. On peut calculer des flux interrégionaux-intersectoriels de biens et services $\{u_{ij}^{mnk}\}$ en résolvant le programme mathématique suivant:

$$\text{Min} \sum_{i=1}^{R} \sum_{j=1}^{R} \sum_{m=1}^{N-1} \sum_{n=1}^{N} \sum_{k=1}^{K} u_{ij}^{mnk} \, \ell n \, u_{ij}^{mnk} + \sum_{i=1}^{R} \sum_{m=1}^{N-1} \sum_{n=1}^{N} \sum_{k=1}^{K} u_{io}^{mnk} \, \ell n \, u_{io}^{mnk} + \sum_{j=1}^{R} \sum_{m=1}^{N-1} \sum_{n=1}^{N} \sum_{k=1}^{K} u_{oj}^{mnk} \, \ell n \, u_{oj}^{mnk} \qquad (27)$$

$$\text{t.q.} \quad \sum_{n=1}^{N} \sum_{j=0}^{R} u_{ij}^{mnk} = V_i^{mk} \qquad \begin{matrix} i=1,\ldots,R \\ m=1,\ldots,N-1 \\ k=1,\ldots,K \end{matrix} \qquad (28)$$

$$\sum_{m=1}^{N-1} \sum_{i=1}^{R} u_{ij}^{mnk} = \bar{U}_j^{nk} \qquad \begin{matrix} j=1,\ldots,R \\ n=1,\ldots,N-1 \\ k=1,\ldots,K \end{matrix} \qquad (29)$$

$$\sum_{m=1}^{N-1} \sum_{i=1}^{R} u_{ij}^{mNk} = \phi_j^k \qquad \begin{matrix} j=1,\ldots,R \\ k=1,\ldots,K \end{matrix} \qquad (30)$$

$$\sum_{m=1}^{N-1} \sum_{n=1}^{N} u_{io}^{mnk} = X_i^k \qquad \begin{matrix} i=1,\ldots,R \\ k=1,\ldots,K \end{matrix} \qquad (31)$$

$$\sum_{m=1}^{N-1} u_{oj}^{mnk} = M_j^{nk} \qquad \begin{matrix} j=1,\ldots,R \\ n=1,\ldots,N-1 \\ k=1,\ldots,K \end{matrix} \qquad (32)$$

$$\sum_{m=1}^{N-1} \sum_{n=1}^{N} u_{ij}^{mnk} = x_{ij}^k \qquad \begin{matrix} i,j=1,\ldots,R \\ k=1,\ldots,K \end{matrix} \qquad (33)$$

$$u_{ij}^{mnk} \geq 0 \qquad \begin{matrix} i,j=1,\ldots,R \\ m=1,\ldots,N-1 \\ n=1,\ldots,N \\ k=1,\ldots,K \end{matrix}$$

$$u_{io}^{mnk} \geq 0 \qquad \begin{matrix} i=1,\ldots,R \\ m=1,\ldots,N-1 \\ n=1,\ldots,N \\ k=1,\ldots,K \end{matrix} \qquad (34)$$

$$u_{oj}^{mnk} \geq 0 \qquad \begin{matrix} j=1,\ldots,R \\ m=1,\ldots,N-1 \\ n=1,\ldots,N \\ k=1,\ldots,K \end{matrix}$$

La résolution de ce programme peut se faire par un algorithme de balancement analogue à celui suggéré par Los (1980), séparément pour chaque bien k. On obtiendrait alors des coefficients interrégionaux intersectoriels pour la période de projection à partir de:

$$\beta_{ij}^{mn} = \frac{\sum_{k=1}^{K} u_{ij}^{mnk}}{G_j^n} \qquad \begin{matrix} i,j=1,\ldots,R \\ m,n=1,\ldots,(N-1) \end{matrix} \qquad (35)$$

Nous pouvons aussi calculer des coefficients techniques sectoriels régionaux

$$\beta_{.j}^{mn} = \frac{\sum_{i=1}^{R} \sum_{k=1}^{K} u_{ij}^{mnk}}{G_j^n} \qquad \begin{matrix} j=1,\ldots,R \\ m,n=1,\ldots,N-1 \end{matrix} \qquad (36)$$

ainsi que des coefficients commerciaux:

$$t_{ij}^{mn} = \frac{\beta_{ij}^{mn}}{\beta_{.j}^{mn}} \qquad \begin{matrix} i,j=1,\ldots,R \\ m,n=1,\ldots,(N-1) \end{matrix} \qquad (37)$$

En comparant les coefficients commerciaux de la période de projection avec ceux de la période de base on peut étudier la sensibilité du commerce interrégional aux coûts de transport et aux coûts énergétiques.

Il faut noter que nous avons procédé en deux étapes pour calculer les coefficients β_{ij}^{mn}, $\beta_{.j}^{mn}$ et t_{ij}^{mn}. On pourrait en principe formuler un programme mathématique permettant de prévoir les flux u_{ij}^{mnk} à partir des flux $(u_{ij}^{mnk})^0$ estimés pour l'année de base sans passer par l'estimation des flux $\{x_{ij}^k = u_{ij}^{**k} = \sum_{m=1}^{N-1} \sum_{n=1}^{N} u_{ij}^{mnk}\}$. Macgill (1977) suggère de procéder de cette façon. Cette méthode est impossible en pratique car il faudrait stocker des quantités $(u_{ij}^{mnk})^0$ pour l'année de base, ce qui conduirait à des tableaux de dimensions astronomiques. Le nombre de variables et de contraintes du programme mathématique serait également trop grand pour un niveau raisonnable de désagrégation des biens, des secteurs et des régions.

B. Interface du modèle "interrégional" avec le modèle de transport

Les coûts de transport c_{ij}^k sont obtenus à partir des prévisions du modèle de transport. Soit $x_{O.D.}^{tk}$ le tonnage en marchandise k transporté

par le mode t entre l'origine O et la destination D. Soit $\sigma^{tk}_{O.D.}$ le coût de transport d'une tonne de marchandise k par le mode t entre O et D, coût dépendant en particulier du chemin suivi sur le réseau de transport. Le coût de transport moyen d'un dollar de bien k entre i et j vaut alors:

$$c^{k}_{ij} = \frac{\sum_{t} \sum_{O\epsilon I} \sum_{D\epsilon J} \sigma^{tk}_{O.D.} \; x^{tk}_{O.D.}}{x^{k}_{ij}} \qquad (38)$$

où I et J sont les ensembles d'origines et de destinations associées, au niveau spatial désagrégé du modèle de transport, aux régions i et j du modèle "interrégional".

Quant au modèle de transport il devra contenir une contrainte du type

$$\sum_{t} \sum_{O\epsilon J} \sum_{D\epsilon J} x^{tk}_{O.D.} = \frac{x^{k}_{ij}}{v^{k}} \qquad \begin{matrix} i,j=1,\ldots,R \\ k=1,\ldots,K \end{matrix} \qquad (39)$$

où v^{k} est la valeur d'une tonne de marchandise k.

Dans le modèle de transport les services ne figureront pas explicitement puisqu'ils ne correspondent pas à des marchandises physiques transportées. Par ailleurs il semble beaucoup plus facile d'identifier des quantités v^{k} pour les catégories de biens primaires (céréales et minerais par exemple) qui sont plus homogènes que pour les agrégats à composition hétérogène. Ce sont surtout les biens manufacturés qui constituent de tels agrégats. Or, pour ces biens, le coût de transport est une plus faible fraction du prix du produit rendu à sa destination qu'il ne l'est pour les biens primaires. On peut donc conjecturer que le coût de transport des biens manufacturés a moins d'effet de feedback sur l'allocation de l'activité économique que celui du transport des produits primaires. Pour ces deux raisons on pourra être amené à limiter le modèle de transport aux produits primaires.

C. Détermination des variables expgènes — Etudes d'impact

Les prévisions du modèle seront très dépendantes des variables exogènes (valeur totale des transactions, exportations, demandes finales). Différents scénarios raisonnables devront être mis au point. En particulier étant donné l'importance du commerce extérieur dans l'économie canadienne, il faut porter une attention particulière aux valeurs des exportations internationales et aux coefficients régionaux d'importation, aux implications des prévisions du modèle pour la balance des paiements etc... De même la consommation des ménages dépend des revenus formés dans les secteurs productifs et les différentes valeurs exogènes des demandes finales devront être compatibles avec la formation des revenus des ménages et des revenus des gouvernements. Par conséquent le modèle interrégional devrait être utilisé en liaison avec des prévisions fournies par un modèle macroéconomique au niveau canadien.

Une manière raisonnable d'engendrer un scénario consisterait à se donner des exportations et demandes finales (autres que les exportations) au niveau canadien puis à calculer à l'aide de la matrice input-output canadienne le volume total des transactions de l'économie canadienne nécessaire pour satisfaire cette demande finale. La quantité T serait obtenue en enlevant du nombre ainsi obtenu les exportations internationales canadiennes. Ces dernières et la demande finale seraient ensuite régionalisées pour déterminer les quantités Δ_i^k et X_i^k.

D. Autres aspects du modèle

D'autres contraintes pertinentes peuvent être prises en compte dans la formulation du modèle "interrégional": par exemple des contraintes sur la capacité de production de certains secteurs dans certaines régions. On peut également ajouter des contraintes comptables rendant compatibles les quantités *physiques* d'énergie consommées par l'ensemble des différents secteurs productifs avec les productions en valeurs des secteurs producteurs d'énergie au Canada, et avec les importations de produits énergétiques (produits pétroliers en particulier). L'un des grands avantages d'un modèle formulé sous forme de programme mathématique est précisément la possibilité de prendre en compte un grand nombre de contraintes pertinentes. Un certain nombre de questions restent encore à étudier.

Pour estimer les coefficients α, β et γ on pourra essayer de trouver les valeurs des paramètres qui optimisent un critère d'ajustement des prévisions de flux (données par résolution du modèle), auxflux observés pour une année spécifique.
La convergence de l'ensemble des deux modules reste à examiner.
Enfin il reste à examiner la spécification, la calibration et la résolution du modèle de transport. Les principales difficultés sont les suivantes: les données du CIGGT ne comprennent pas le transport par camion qui ne se fait pas par des camions de louage; elles ne comprennent donc pas le transport interne à une même firme. Elles ne comprennent pas non plus le transport par pipeline, très important pour le transport de produits pétroliers bruts, ni le fret transporté par avion. Enfin ces données, compte tenu de leur origine, ne sont pas de vraies matrices origine-destination, car elles contiennent des doubles comptages à cause des transbordements liés aux changements de mode (bateau + train) ou aux changements de compagnie de chemin

de fer. Il faudrait néanmoins construire des vraies matrices origine-destination à partir des informations disponibles afin de pouvoir estimer les paramètres d'un modèle de transport. Une dernière difficulté dans la spécification du modèle de transport de fret est l'existence de combinaisons de mode (train - bateau - train par exemple): il y a en fait souvent choix simultané du mode et du chemin sur le réseau. On sera donc amené à traiter simultanément affectation et choix modal, par exemple en construisant un réseau multimodal.

REMERCIEMENTS

Je remercie Marcel Dagenais et Marc Gaudry pour leurs commentaires sur une version antérieure de ce rapport.

BIBLIOGRAPHIE

AMANO, K., FUJITA, M. (1970). A long run economic effect analysis of alternative transportation facility plans — regional and national. Journal of Regional Science 10, No 3.

AVRIEL, M. (1976). Nonlinear Programming — Analysis and Methods. Prentice Hall.

CHENERY, H. (1956). Interregional and international input-output analysis. Dans Tibor Barna ed., The Structural Interdependence of the economy, Wiley, New-York, 341-356.

CHISHOLM, M. et O'SULLIVAN, P. (1973). Freight Flows and Spatial Aspects of the British Economy, Cambridge University Press, Londres.

COMMISSION CANADIENNE DES TRANSPORTS (1975). Report on Transport Demand-Forecasting Program: Phase One. Research Branch, Ottawa.

COMMISSION CANADIENNE DES TRANSPORTS (1976). Report on Modelling the Demand for Freight Transport, Research Branch, Ottawa.

COMMISSION CANADIENNE DES TRANSPORTS (1976). Calcul d'impact de projets d'investissements dans le domaine des transports: une analyse intersectorielle, Vol. VI, Research Branch, Ottawa, No 10-78,15P

COMMISSION CANADIENNE DES TRANSPORTS (1977). Liens entre les secteurs des transports et les autres secteurs de l'économie canadienne: une analyse intersectorielle. Fascicule des résultats, vol. II, Research Branch, Ottawa, No. 10-78-11F

COMMISSION CANADIENNE DES TRANSPORTS (1977). Liens entre les secteurs des transports et les autres secteurs de l'économie québécoise: une analyse intersectorielle. Fascicule des résultats, vol. IV, Research Branch, Ottawa, No 10-78-13F.

COMMISSION CANADIENNE DES TRANSPORTS (1977). Analyse comparée de la place des transports dans l'économie canadienne et l'économie québécoise. Vol. V, Research Branch, Ottawa, No 10-78-14F.

COURVILLE, L., DAGENAIS, M., NAPPI, C., VAN PEETERSSEN, A. (1979). La sensibilité des industries au commerce interrégional: le cas du Québec, de l'Ontario et du reste du Canada. Gouvernement du Québec, Ministère des Affaires intergouvernementales.

ERIKSSON, J. (1978). Solution of Large Sparse Maximum Entropy Problems with Linear Equality Constraints. Department of Mathematics, Linköping University, S-581.83 Linköping, Suède (LITH-MAT-R 1978-02).

GASTON, C. (1979). Canadian Interregional Input-Output Tables — Sources and Methodology. Statistique Canada, Division de l'Analyse structurelle.

GIGANTES, T. (1970). The Representation of technology in input-output systems, dans CARTER, A.P. et BRODY, A., eds., Contributions to Input-Output Analysis, North-Holland.

GRAHAM, L.J. (1975). CIGGT Transportation Data Base — Description and Usage. Queen's University, Report # 75-12.

ISARD, W. (1951). Interregional and regional input-output analysis: A model of a space economy. The Review of Economics and Statistics 33, 318-328.

ISARD, W. (1953). Regional commodity balances and interregional commodity flows. American Economic Review 43, 167-180.

ISARD, W. (1960). Methods of Regional Analysis: An Introduction to Regional Science. Wiley, New-York.

JAYNES, E.T. (1957). Information theory and statistical mechanics. Physical Review 106, 620-630.

KRESGE, D.T. et ROBERTS, P.O. (1971). Systems analysis and simulation models. The Brookings Institution Vol. 2, Techniques of Transport Planning John Meyer ed.

LEONTIEFF, W. (1953). Interregional trade, dans Studies in the Structure of the American Economy, W. Leontieff, ed., Oxford University Press, New-York, 93-115.

LEONTIEFF, W. et STROUT, A. (1963). Multiregional input-output analysis, dans Structural Interdependence and Economic Development, Tibor Barna ed., St. Martin's Press, Londres, 119-150.

LOS, M. (1980). Cadre comptable rectangulaire et estimation de matrices input-output interrégionales. Publication # 160, Centre de recherche sur les transports, Université de Montréal.

MACGILL, S.M. (1977). Activity-Commodity Spatial Interaction Models and Related Applications. Ph.D. Thesis, School of Geography, University of Leeds, Leeds, U.K.

MACGILL, S.M. (1978). Rectangular input-output tables, multiplier analysis and entropy maximizing principles: A new methodology. Regional Science and Urban Economics 8, 355-370.

MERA, K. (1971). An evaluation of gravity and linear programming models for predicting interregional commodity flows, dans Techniques of Transport Planning 1. J.R. Meyer ed., Brookings Institute.

MINISTERE DE L'EXPANSION ECONOMIQUE REGIONALE, Division d'analyse du développement économique (1976). An Interprovincial Input-Output Model - Version III.

MINISTERE DE L'EXPANSION ECONOMIQUE REGIONALE, Division d'analyse du développement économique (1977). Employment and Occupational Impacts Using the Version III Interprovincial Input-Output Model.

MOSES, L.N. (1955). The stability of interregional trading patterns and input-output analysis. American Economic Review 45, 803-832.

MOSES, L.N. (1960). A general equilibrium model of production, interregional trade and location of industries. The Review of Economics and Statistics 42, 373-397.

OUM, T.H. (1979). Demand for Freight Transportation with a Special Emphasis on Mode Choice in Canada. Ph.D. Thesis in Business Administration and Economics, University of British Columbia.

POLENSKE, K.R. (1973). An analysis of the United States commodity freight shipments, dans Studies in Economic Planning Over Space and Time, Judge et Takayama, eds., North-Holland.

RIEFLER, R.F. (1973). Interregional input-output: A state of the art survey, dans Studies in Economic Planning Over Space and Time, Judge et Takayama, eds., North-Holland.

SNICKARS, F. (1979). Construction of interregional input-output tables by efficient information adding, dans Exploratory and Explanatory Statistical Analysis of Spatial Data, Bartels et Kettellaper, eds., Nijhoff, 73-111.

SNICKARS, F. et WEIBULL, J.W. (1977). A minimum information principle, Regional Science and Urban Economics 7, 137-168.

STATISTIQUE CANADA, Division de l'Analyse structurelle (1976). User's Guide to Statistics Canada Structural Economic Models.

THEIL, H. (1967). Economics and Information Theory, North-Holland.

TRANSPORTS CANADA (1975): Rapport provisoire sur le transport de marchandises au Canada.

VAN PEETERSSEN, A. (1979). Procédure d'élaboration d'un tableau input-output interrégional pour le Canada. Rapport de recherche # 79-07, Ecole des Hautes Etudes Commerciales, Montréal.

WATERS II, W.G. (1979). Transportation and regional development: The persistent myth. The Logistics and Transportation Review 15, 527-544.

WILSON, A.G. (1970). Entropy in Urban and Regional Modelling. Pion, Londres.

WOLFF, R.N. et KUCZER, C. (1979). The Future of the Truck and Rail Modes as Carriers of Freight in Canada. University of Toronto-York University Joint Program in Transportation, Report # 63.